Tanel Kaart
sügis, 2009

Statistiline andmetöötlus

VL.0435

Loeng 2

- ✓ Valim versus populatsioon
- ✓ Tõenäosus ja teoreetilised jaotused
- ✓ Tolerantsi- ja usaldusintervall

http://www.eau.ee/~ktanel/VL_0435/

Populatsioon *versus* valim

Üldkogum (**populatsioon**) on reaalselt olemasolev või ka abstraheeritud objektihulk, mille/kelle kohta soovitakse uurimistöö tulemusena sisulisi järeldusi teha (peab olema enne uuringut fikseeritud nii ajas kui ka ruumis).

Valim on teatava eeskirja järgi moodustatud hulk üldkogumisse kuuluvatest objektidest e mõõtmiseks valitud üldkogumi osa.

Valim peab olema esindav e representatiivne. Lihtsaim reegel: igal üldkogumi objektil on võrdne tõenäosus valimisse sattuda.

Näiteks:

Populatsioon	Valim
Eesti vetes kudevad lõhed	Kontrollpüükidel püütud 60 lõhet
Eestis jõudluskontrolli all olevad 1. laktatsiooni EHF-lehmad	Jõudluskontrollikeskuse andmebaasist välja valitud 12000 1. laktatsiooni EHF-lehma
Kolm erineva säilitusainega jogurtipartiid	10 proovi igast jogurtipartiist

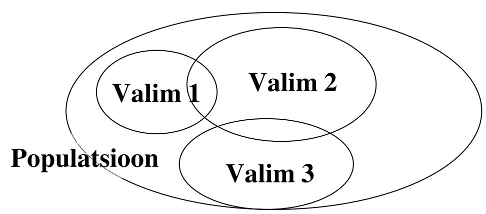
Statistika põhiolemus

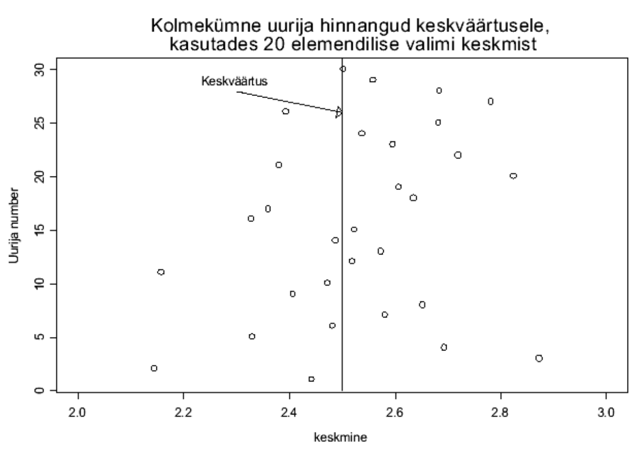
Statistika olemus:
- võtame teatud reeglite järgi osa üldkogumist (valimi),
- analüüsime seda ja
- teeme järeldusi kogu üldkogumi kohta!

Valimi põhjal tehtud järeldused on õiged,
- kui valim on esindav ning
- kui otsuste tegemisel on järgitud matemaatilise statistika reegleid.

Andmete kogumisel tuleb
- vältida teadlikult üksnes soovitud tendentsi peegeldavate vaatluste registreerimist;
- püüda tagada kõigi uuritavate objektide "võrdne kohtlemine" uuringus mittehuvipakkuvate näitajate osas; kui viimane pole võimalik, tuleks need nn segavad faktorid samuti registreerida võimaldamaks hilisemal analüüsil nende (potentsiaalse) mõju arvesse võtmist.

Punkthinnangud





Valimi alusel leitud arvkarakteristikud on vastavate populatsiooni parameetrite punkthinnangud.

Näiteks: $\bar{x} = \hat{\mu}$,

$s = \hat{\sigma}$.

Teoreetilised jaotused

• Teoreetilised jaotused on teatavad standardsed seaduspärad, mille kuju määrab tunnuse tekkemehhanism.

Näiteks on matemaatika mõistes oma olemuselt sarnased tunnused 'bakterite arv 1 ml piimas', 'emise pesakonna suurus', 'edukalt talvitunud mesitarude arv mesilas' jne, või siis 'lõhe kasvukiirus', 'õhu liikumise kiirus laudas', 'mulla happesus' jne.

• Teoreetilised jaotused on kirjeldatud parameetritest sõltuvate eeskirjadega, mille abil on võimalik leida vastava jaotusega tunnuse (või statistikute) väärtuste esinemise tõenäosused.

• Teoreetilised jaotused on aluseks teaduslike järelduste tegemisel (statistiliste hüpoteeside kontrollimisel, sageli ka parameetrite väärtuste hindamisel ja nende hinnangute usaldusväärsuse leidmisel).

Seejuures on järeldused õiged üksnes siis, kui nad on tehtud andmetega sobivatele teoreetilistele jaotustele tuginedes (seda eriti väikeste, $n < 100$, valimite puhul)!

Diskreetsed jaotused

Diskreetne jaotus esitatakse tõenäosusfunktsiooniga $p(k) = P(X=k)$, kus k on jaotuse võimalik väärtus.

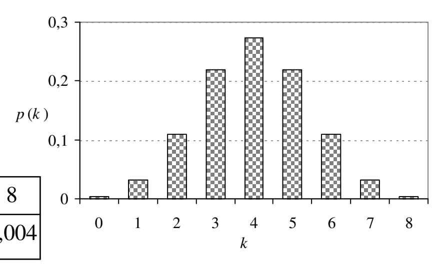
Binoomjaotus

Sündmuse toimumiste arv n-katselises katseseerias, kus igal üksikul katsel on sündmuse toimumise tõenäosus p: $X \sim B(n;p)$.

Tõenäosusfunktsioon: $p(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}, \quad C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Näide. Koeral sündis 8 kutsikat. Huvipakkuv suurus X on isaste arv nende hulgas. Lihtsuse mõttes on eeldatud, et isase ja emase kutsika sündimise tõenäosus on võrdne ($p = 0,5$).

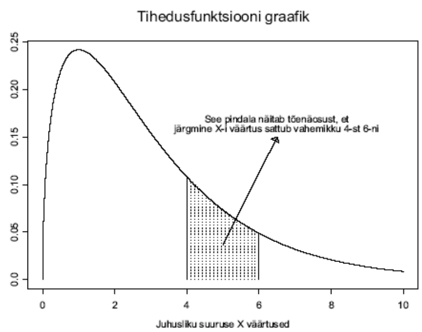
k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
$p(k)$	0,004	0,031	0,109	0,219	0,273	0,219	0,109	0,031	0,004

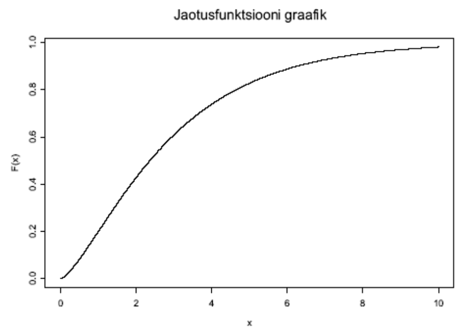


Pidevad jaotused

Pidev jaotus esitatakse tihedusfunktsiooniga $f(x) = dF(x)/dx$, kus $F(x) = P(X \le x)$ on jaotusfunktsiooni väärtus kohal x,

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a).$$





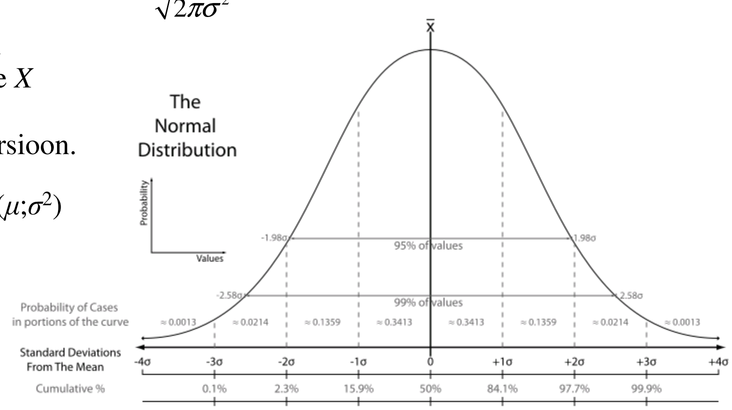
Normaaljaotus

Kui uuritavat tunnust mõjutavad paljud erinevad tegurid, millest ühegi mõju ei ole omaette võttes märkimisväärne, siis on uuritava tunnuse jaotus lähedane normaaljaotusele.

Tihedusfunktsioon: $$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(X-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

kus $\mu = E(X)$ on uuritava tunnuse X keskväärtus ja $\sigma^2 = D(X)$ dispersioon.

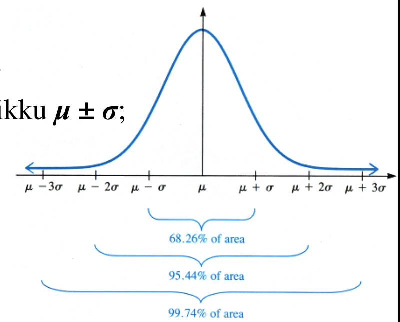
Tähistus: $X \sim N(\mu;\sigma^2)$



Normaaljaotus

Kui uuritav tunnus on normaaljaotusega, siis

- ligikaudu **68,3%** väärtustest jäävad vahemikku $\boldsymbol{\mu \pm \sigma}$;
- **95,4%** vahemikku $\boldsymbol{\mu \pm 2\sigma}$ ja
- **99,7%** vahemikku $\boldsymbol{\mu \pm 3\sigma}$.



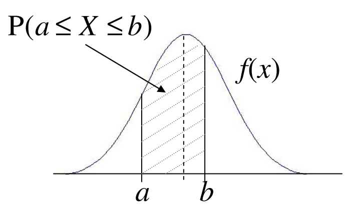
Normaaljaotuse tähtsus statistikas:

- Paljud mõõdetud tunnused on ligikaudu normaaljaotusega (näiteks juhul, kui uuritavat tunnust mõjutab hulk üksikult võttes väikese mõjuga tegureid).
- Paljud matemaatilise statistika meetodid eeldavad tunnuse jaotumist vastavalt normaaljaotuse seaduspäradele.
- Suurte valimite korral on paljud normaaljaotusega tunnuste tarvis loodud meetoditest rakendatavad sõltumata jaotusest – näiteks läheneb mistahes jaotusega tunnuse keskmise (ja ka summa) jaotus valimi mahu kasvades normaaljaotusele.

Normaaljaotus

Standardne normaaljaotus: $X \sim N(0;1)$

Kui $X \sim N(\mu;\sigma^2)$, siis $\dfrac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$



Tähistus: $\Phi(x) = \mathrm{P}(X \le x)$
(jaotusfunktsiooni väärtus kohal x)

Omadus: $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$

$$\mathrm{P}(a \le X \le b) = \mathrm{P}\left(\frac{a-\mu}{\sigma} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le \frac{b-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{a-\mu}{\sigma}\right)$$

Tabel. Standardse normaaljaotuse enamkasutatavad jaotusfunktsiooni väärtused

$\Phi(z) = \alpha$	0,005	0,025	0,05	0,5	0,95	0,975	0,995
z_α (q_α)	-2,58	-1,96	-1,64	0	1,64	1,96	2,58

Normaaljaotus

TABEL B. **Normaaljaotuse jaotusfunktsioon** $\Phi(x)$

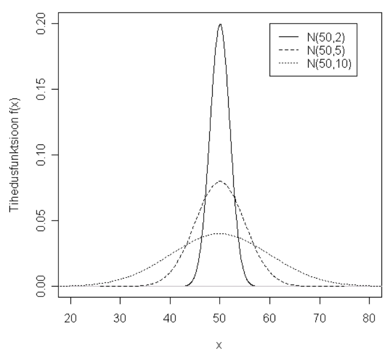
x	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	.5000	.5040	.5080	.5120	.5160	.5199	.5239	.5279	.5319	.5359
0.1	.5398	.5438	.5478	.5517	.5557	.5596	.5636	.5675	.5714	.5753
0.2	.5793	.5832	.5871	.5910	.5948	.5987	.6026	.6064	.6103	.6141
0.3	.6179	.6217	.6255	.6293	.6331	.6368	.6406	.6443	.6480	.6517
0.4	.6554	.6591	.6628	.6664	.6700	.6736	.6772	.6808	.6844	.6879
0.5	.6915	.6950	.6985	.7019	.7054	.7088	.7123	.7157	.7190	.7224
0.6	.7257	.7291	.7324	.7357	.7389	.7422	.7454	.7486	.7517	.7549
0.7	.7580	.7611	.7642	.7673	.7704	.7734	.7764	.7794	.7823	.7852
0.8	.7881	.7910	.7939	.7967	.7995	.8023	.8051	.8078	.8106	.8133
0.9	.8159	.8186	.8212	.8238	.8264	.8289	.8315	.8340	.8365	.8389
1.0	.8413	.8438	.8461	.8485	.8508	.8531	.8554	.8577	.8599	.8621
1.1	.8643	.8665	.8686	.8708	.8729	.8749	.8770	.8790	.8810	.8830
1.2	.8849	.8869	.8888	.8907	.8925	.8944	.8962	.8980	.8997	.9015
1.3	.9032	.9049	.9066	.9082	.9099	.9115	.9131	.9147	.9162	.9177
1.4	.9192	.9207	.9222	.9236	.9251	.9265	.9279	.9292	.9306	.9319
1.5	.9332	.9345	.9357	.9370	.9382	.9394	.9406	.9418	.9429	.9441
1.6	.9452	.9463	.9474	.9484	.9495	.9505	.9515	.9525	.9535	.9545
1.7	.9554	.9564	.9573	.9582	.9591	.9599	.9608	.9616	.9625	.9633
1.8	.9641	.9649	.9656	.9664	.9671	.9678	.9686	.9693	.9699	.9706
1.9	.9713	.9719	.9726	.9732	.9738	.9744	9750	.9756	.9761	.9767
2.0	.9772	.9778	.9783	.9788	.9793	.9798	.9803	.9808	.9812	.9817
2.1	.9821	.9826	.9830	.9834	.9838	.9842	.9846	.9850	.9854	.9857
2.2	.9861	.9864	.9868	.9871	.9875	.9878	.9881	.9884	.9887	.9890
2.3	.9893	.9896	.9898	.9901	.9904	.9906	.9909	.9911	.9913	.9916
2.4	.9918	.9920	.9922	.9925	.9927	.9929	.9931	.9932	.9934	.9936
2.5	.9938	.9940	.9941	.9943	.9945	.9946	.9948	.9949	.9951	.9952
2.6	.9953	.9955	.9956	.9957	.9959	.9960	.9961	.9962	.9963	.9964
2.7	.9965	.9966	.9967	.9968	.9969	.9970	.9971	.9972	.9973	.9974
2.8	.9974	.9975	.9976	.9977	.9977	.9978	.9979	.9979	.9980	.9981
2.9	.9981	.9982	.9982	.9983	.9984	.9984	.9985	.9985	.9986	.9986
3.0	.9987	.9987	.9987	.9988	.9988	.9989	.9989	.9989	.9990	.9990

Normaaljaotus

Näide. Vere kogus indiviidi 50 ml vereproovis $X \sim N(50; \sigma^2)$, kus σ iseloomustab proovivõtmise täpsust.

Kui suur on tõenäosus, et proovi maht erineb 50 ml-st enam kui 5 ml võrra?

$$P(X < 45 \cup X > 55) = 1 - P(45 \le X \le 55) = ?$$



$\sigma = 1$:

$$P(45 \le X \le 55) = \Phi\left(\frac{55-50}{1}\right) - \Phi\left(\frac{45-50}{1}\right)$$

$$= \Phi(5) - \Phi(-5) = \Phi(5) - [1 - \Phi(5)] = 2\Phi(5) - 1 = 2 \times 0{,}9999997 - 1 = 0{,}9999994$$

$$P(X < 45 \cup X > 55) = 1 - 0{,}9999994 = 0{,}00000057 = 5{,}76\text{E}-07$$

$\sigma = 5$:

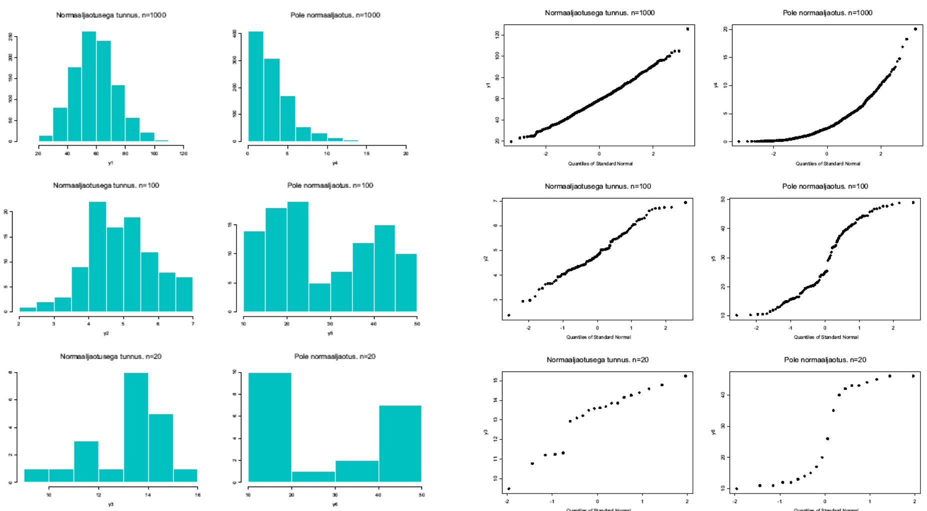
$$P(45 \le X \le 55) = \Phi\left(\frac{55-50}{5}\right) - \Phi\left(\frac{45-50}{5}\right) = 2\Phi(1) - 1 = 2 \times 0{,}8413 - 1 = 0{,}6827$$

$$P(X < 45 \cup X > 55) = 1 - 0{,}6827 = 0{,}3173$$

Normaaljaotus

Normaaljaotuse eelduse kontrollimine graafiliselt

Histogramm Tõenäosuspaber [*Normal prabability plot*]



Tolerantsiintervall

Milline on järgmine katsetulemus, järgmisena mõõtmiseks valitava looma turjakõrgus, järgmisena kinni püütava kala kaal, …?

Teades uuritava tunnuse jaotust populatsioonis on võimalik leida vahemik, kuhu järgmine vaatlustulemus satub küllalt suure tõenäosusega.

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \Rightarrow \frac{X-\mu}{\sigma} \sim N(0,1)$$

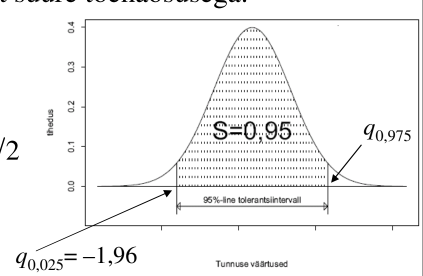
$$P\left(q_{\alpha/2} > \frac{X-\mu}{\sigma}\right) = \alpha/2 \text{ ja } P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} > q_{1-\alpha/2}\right) = \alpha/2$$

$$P\left(q_{\alpha/2} \le \frac{X-\mu}{\sigma} \le q_{1-\alpha/2}\right) = 1-\alpha$$

(oletame, et $\alpha = 0,05$)

$$P\left(\sigma \cdot q_{0,025} \le X-\mu \le \sigma \cdot q_{0,975}\right) = 0,95$$

$$P\left(\sigma \cdot q_{0,025} + \mu \le X \le \sigma \cdot q_{0,975} + \mu\right) = 0,95$$



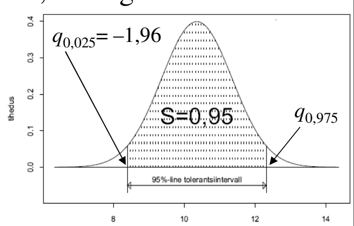
Standardse normaaljaotuse enamkasutatavate kvantiilide (= jaotusfunktsiooni argumentide) z_α väärtused:

$\Phi(x) = \alpha$	0,005	0,025	0,05	0,5	0,95	0,975	0,995
$x = z_\alpha\ (q_\alpha)$	-2,58	-1,96	-1,64	0	1,64	1,96	2,58

Tolerantsiintervall

Kogenud kalastajana teate, et teie poolt siiani püütud haugid on keskmiselt kaalunud 785 g standardhälbega 340 g. Perele õhtusöögiks kala püüdes oleks ju huvitav teada, kui palju kaalub järgmine konksu otsa jääv haug.

Täpset vastust sellele küsimusele statistika ei anna, küll aga saab leida vahemiku, millesse järgmise haugi kaal satub suure (näiteks 95%) tõenäosusega.



Väärtuste vahemik, kuhu kuuluvad 95% uuritava tunnuse väärtustest, on 95%-**tolerantsiintervall**.

Teame, et kui $X \sim N(785; 340)$, siis $(X–785)/340 \sim N(0; 1)$.

Standardse normaaljaotuse kohta teame, et 95% väärtustest jääb vahemikku ($q_{0,025}$, $q_{0,975}$) = (–1,96; 1,96).

Seega
$$P\left(-1{,}96 < \frac{X-785}{340} < 1{,}96\right) = 0{,}95$$
ja
$$P(785 - 1{,}96\times 340 < X < 785 + 1{,}96\times 340) = P(118{,}6 < X < 1451{,}4) = 0{,}95$$

Usaldusintervall

Vahemikhinnang (usaldusintervall, *confidence interval*, *CI*) tähendab valimi abil teatava piirkonna määramist leitud punkthinnangu ümber nii, et see piirkond kataks õige parameetri väärtuse etteantud küllalt suure tõenäosusega:

$$P(\underline{\theta} < \theta < \overline{\theta}) = 1 - \alpha,$$

• kus $1 - \alpha$ on **usaldusnivoo** [*confidence level*] (ühe lähedane, ent alati ühest väiksem);

• α, mida nimetatakse **olulisuse nivooks** [*significance level*], on väike positiivne arv (tavaliselt 0,01 või 0,05);

• θ on õige, ent mitteteadaolev jaotusparameetri väärtus;

• $\underline{\theta}$ ja $\overline{\theta}$ on parameetri θ **(1-α)-usalduspiirid**
(näiteks kui α = 0,05, siis on tegu 95%-liste usalduspiiridega).

Täpsuse huvides räägitakse vahel ka alumisest ja ülemisest usalduspiirist [*lower/upper confidence limit*].

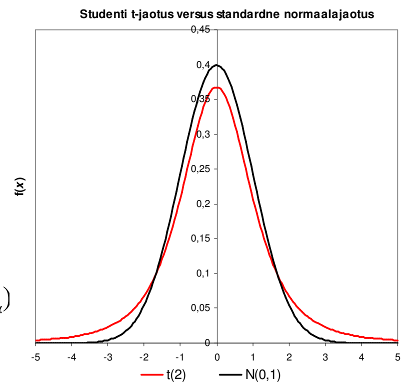
Usaldusintervall

Usaldusintervall (*confidence interval*) **keskmisele**

✓ $X \sim N(\mu,\sigma^2) \;\; \Rightarrow \;\; \bar{x} \sim N\left(\mu, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$ ehk $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim N(0,1)$

Kui σ ei ole teada, siis $\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$

Toodud seosed kehtivad suure valimi korral sõltumata uuritava tunnuse jaotusest!



✓ α-kvantiil q_α (t-jaotuse puhul $t_{\alpha,n-1}$, standardse normaaljaotuse puhul z_α)

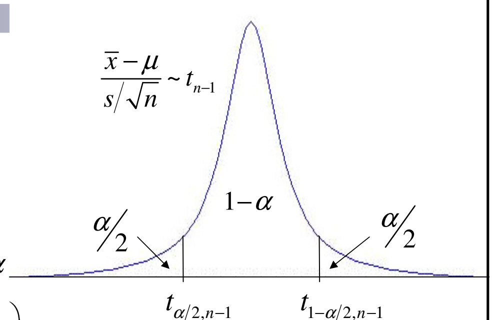
$$\mathrm{P}(X < q_\alpha) = \alpha$$

Sisuliselt sama, mis protsentiil;
näiteks 0,5-kvantiil on mediaan, sest P(X < *med*) = 0,5.

Usaldusintervall

Usaldusintervall keskmisele

$$\frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$



$$\mathrm{P}\left(t_{\alpha/2,n-1} \le \frac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}} \le t_{1-\alpha/2,n-1}\right) = 1-\alpha$$

$$\mathrm{P}\left(t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \le \bar{x}-\mu \le t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$\mathrm{P}\left(-\bar{x}+t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \le -\mu \le -\bar{x}+t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$\mathrm{P}\left(\bar{x}-t_{\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \ge \mu \ge \bar{x}-t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

$$\mathrm{P}\left(\bar{x}-t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}} \le \mu \le \bar{x}+t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 1-\alpha$$

(1–α)-usalduspiirid: $\boxed{\left(\underline{\mu};\bar{\mu}\right) = \left(\bar{x}-t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}};\bar{x}+t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)}$

Kui valim on suur (n > 100), siis võib kasutada ka normaaljaotust:

$$\boxed{\left(\underline{\mu};\bar{\mu}\right) = \left(\bar{x}-z_{1-\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}};\bar{x}+z_{1-\alpha/2}\frac{s}{\sqrt{n}}\right)}$$

t-jaotuse α-kvantiilide $t_{\alpha,n\text{-}1}$ väärtused

$f = n - 1$	α =0,01	α=0,025	α =0,05	α =0,95	α=0,975	α =0,99
1	-31,82	-12,71	-6,31	6,31	12,71	31,82
2	-6,97	-4,30	-2,92	2,92	4,30	6,97
3	-4,54	-3,18	-2,35	2,35	3,18	4,54
4	-3,75	-2,78	-2,13	2,13	2,78	3,75
5	-3,37	-2,57	-2,01	2,01	2,57	3,37
6	-3,14	-2,45	-1,94	1,94	2,45	3,14
7	-3,00	-2,36	-1,89	1,89	2,36	3,00
8	-2,90	-2,31	-1,86	1,86	2,31	2,90
9	-2,82	-2,26	-1,83	1,83	2,26	2,82
10	-2,76	-2,23	-1,81	1,81	2,23	2,76
12	-2,68	-2,18	-1,78	1,78	2,18	2,68
14	-2,62	-2,14	-1,76	1,76	2,14	2,62
16	-2,58	-2,12	-1,75	1,75	2,12	2,58
18	-2,55	-2,10	-1,73	1,73	2,10	2,55
20	-2,53	-2,09	-1,73	1,73	2,09	2,53
25	-2,49	-2,06	-1,71	1,71	2,06	2,49
30	-2,46	-2,04	-1,70	1,70	2,04	2,46
40	-2,42	-2,02	-1,68	1,68	2,02	2,42
60	-2,39	-2,00	-1,67	1,67	2,00	2,39
120	-2,36	-1,98	-1,66	1,66	1,98	2,36
∞	-2,33	-1,96	-1,64	1,64	1,96	2,33

Näiteks *MS Excel*is saab t-jaotuse 1−α/2-kvantiili $t_{1\text{-}\alpha/2,n\text{-}1}$ leidmiseks kasutada funktsiooni TINV(α;$n-1$); α-kvantiilid $t_{\alpha,n\text{-}1}$ on siis leitavad kujul 1−TINV(2α;$n-1$)

Usaldusintervall

Näide. Kanauurijat Hans Hane huvitab, mitu muna munevad keskmiselt Eestis peetavad sassexi tõugu kanad ühe nädala jooksul. Härra Hani luges ühe nädala jooksul kokku kümne kana munad: 3 5 4 6 2 6 5 6 5 3.
95%-line usaldusintervall = ?

$$\bar{x} = 4,5;\ s \approx 1,43 \qquad t_{1-\alpha/2;(n-1)} = t_{0,975;9} = 2,26$$

$$(\underline{\mu}; \bar{\mu}) = \left(\bar{x} - t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}};\ \bar{x} + t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(4,5 - 2,26\frac{1,43}{\sqrt{10}};\ 4,5 + 2,26\frac{1,43}{\sqrt{10}}\right)$$

$$= (4,5 - 2,26 \times 0,45;\ 4,5 + 2,26 \times 0,45) = (3,47;\ 5,53)$$

95%-lise tõenäosusega võib väita, et keskmine nädalas munetud munade arv on kuskil vahemikus 3,47-st 5,53-ni.

Suurendamaks hinnangu täpsust, tuleks uurida rohkem kanu, sest mida suurem on n, seda kitsamaks muutub usaldusintervall.

Usaldusintervall

α=0,1 → 90%-usaldusintervall

$\underline{\mu}$ $\overline{\mu}$

5% 90% 5%

α=0,05 → 95%-usaldusintervall

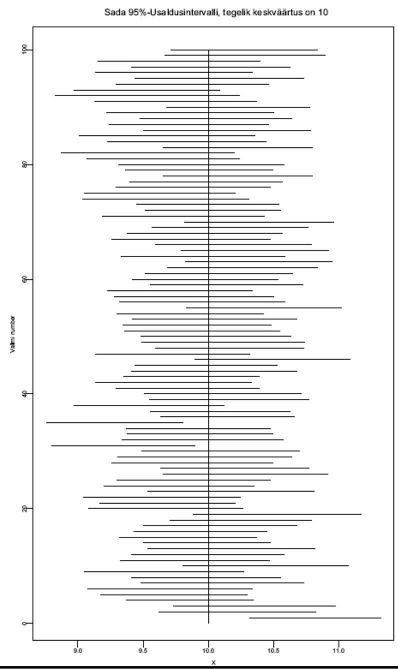
$\underline{\mu}$ $\overline{\mu}$

2,5% 95% 2,5%

α=0,01 → 99%-usaldusintervall

$\underline{\mu}$ $\overline{\mu}$

0,5% 99% 0,5%



Usaldusintervall

TABLE I. Values of rainbow trout blood chemistry values (n = 45)

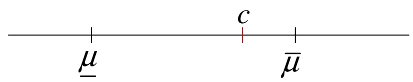
	Mean ± S.E.	Median	Skewness (mean ± S.E.)	Kurtosis (mean ± S.D.)	CV (%)	95% CI (lower–upper)
Glucose (mg dl^{-1})	108·11 ± 9·98	98·00	0·62 ± 0·35	–0·21 ± 0·70	61·91	88·00–128·22
Urea* (mg dl^{-1})	4·36 ± 0·24	4·00	1·21 ± 0·35	2·24 ± 0·70	36·35	3·88–4·83
Creatinine* (mg dl^{-1})	0·29 ± 0·01	0·29	1·24 ± 0·35	3·09 ± 0·70	23·71	0·27–0·31
Total bilirubin (mg dl^{-1})	0·04 ± 0·00	0·05	0·11 ± 0·35	–0·55 ± 0·70	58·02	0·04–0·05
Aspartate aminotransferase (U l^{-1})	461·20 ± 27·62	447·00	0·65 ± 0·35	0·38 ± 0·70	40·18	405·53–516·87
Alanine aminotransferase* (U l^{-1})	12·87 ± 1·16	11·00	1·71 ± 0·35	3·63 ± 0·70	60·22	10·54–15·19
Alkaline phosphatase* (U l^{-1})	179·22 ± 19·26	131·00	1·92 ± 0·35	3·84 ± 0·70	72·10	140·40–218·04
Creatine phosphokinase* (U l^{-1})	1265·11 ± 161·70	894·00	1·21 ± 0·35	0·73 ± 0·70	85·74	939·22–1591·00
Lactate dehydrogenase* (U l^{-1})	2628·18 ± 164·75	2399·00	1·53 ± 0·35	2·62 ± 0·70	42·05	2296·15–2960·21
Gamma-glutamyl transferase (U l^{-1})	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.	n.a.
Total protein (g dl^{-1})	3·59 ± 0·13	3·74	–0·59 ± 0·35	0·46 ± 0·70	24·64	3·32–3·85
Albumin (g dl^{-1})	1·38 ± 0·05	1·40	–0·39 ± 0·35	0·05 ± 0·70	25·17	1·27–1·48
Triglycerides (mg dl^{-1})	347·51 ± 23·56	327·00	0·46 ± 0·35	–0·73 ± 0·70	45·47	300·04–394·99
Cholesterol (mg dl^{-1})	247·38 ± 10·32	241·00	0·09 ± 0·35	0·10 ± 0·70	27·98	226·59–268·17
Ca (mg dl^{-1})	12·52 ± 0·20	12·20	0·55 ± 0·35	–0·08 ± 0·70	10·81	12·11–12·93
P (mg dl^{-1})	22·66 ± 1·19	22·50	0·45 ± 0·35	–0·67 ± 0·70	35·26	20·26–25·06
Mg (mg dl^{-1})	3·85 ± 0·11	3·82	0·07 ± 0·35	–0·84 ± 0·70	15·40	3·63–4·07
Na (mEq l^{-1})	154·07 ± 0·85	155·00	–0·53 ± 0·35	1·14 ± 0·70	3·69	152·36–155·78
K (mEq l^{-1})	3·45 ± 0·29	3·25	0·45 ± 0·35	–0·81 ± 0·70	52·55	2·87–4·03
Cl* (mEq l^{-1})	128·09 ± 1·13	130·00	–2·90 ± 0·35	11·84 ± 0·70	5·90	125·82–130·36

n.a., not assessable. *Null hypothesis (Kolmogorov–Smirnov test) was rejected.

Seos hüpoteeside kontrolli ja usaldusintervalli vahel

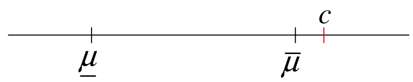
$H_0 : \mu = const$

võetakse vastu siis, kui c kuulub usalduspiirkonda



$H_1 : \mu \neq const$

on tõestatud siis, kui c ei kuulu usalduspiirkonda (olulisusnivool α)



Praktikas kontrollitakse sageli kas mingi kordaja või gruppide vahe erinevust nullist.
Erinevuse võib lugeda statistiliselt oluliseks ette antud olulisuse nivool (näiteks α=0,05), kui uuritavale kordajale või võrreldavate gruppide erinevusele (näiteks $\mu_1 - \mu_2$) konstrueeritud (95%-line) usaldusintervall ei sisalda nulli!