Matemaatiline statistika ja modelleerimine

Hüpoteeside statistiline kontrollimine

EMÜ doktorikool
DK.0007

Tanel Kaart

Hüpoteeside kontroll

Näiteid hüpoteesidest

- ✓ Kas jogurti toiduvärviga värvimine parandab tarbijate meelest selle maitseomadusi?
- ✓ Kas leidub seos lehma tiinestumise ja piimatoodangu vahel?
- ✓ Kas nn õnnelike sigade tailiha % on erinev tavalises sigalas kasvanud sigade vastavast näitajast?
- ✓ Kas Eesti ja Soome vetest püütud lõhed on geneetiliselt erinevad?

Hüpoteeside paar

H_1 - väide, mida me soovime tõestada (sisukas e alternatiivne hüpotees; *alternative hypothesis*),

H_0 - väide, et üldkogum vastab teatavale standardile (nullhüpotees; *null hyphothesis*).

Teststatistik – valimifunktsioon, mis mõõdab erinevust nullhüpoteesis väidetu ja andmetest ilmneva vahel – kui erinevus on piisavalt suur, kummutatakse nullhüpotees.

Hüpoteeside kontroll

Vead hüpoteeside kontrollimisel
Esimest liiki viga tekib siis, kui võetakse vastu sisukas hüpotees, aga tegelikult on õige nullhüpotees.
Teist liiki viga tekib siis, kui jäädakse nullhüpoteesi juurde, kuid õige oleks sisukas hüpotees.

Tegelik olek / Otsus	Õige H_0	Õige H_1
Jääme H_0 juurde	+	II liiki viga, β
Kummutame H_0	I liiki viga, α	+

Olulisuse nivoo α (*significance level*) – maksimaalne lubatav I liiki vea tõenäosus (tavaliselt α = 0,05; 0,01; 0,001), nö valulävi.

Testi võimsus [*power*] = $1-\beta$ on tõenäosus lugeda õigeks ka tegelikult kehtiv sisukas hüpotees H_1.

Hüpoteeside kontroll

Olulisuse tõenäosus *p* (*probability level*, *p-value*)
– tõenäosus eksida, väites oma andmete põhjal sisuka hüpoteesi H_1 kehtimist (I liiki vea tegemise tõenäosus);
– tõenäosus saada analüüsitava struktuuriga ("nii suure erinevusega" või "nii tugeva seosega") andmed juhuslikult – $P(\text{valim}|H_0)$.

Otsuse vastuvõtmine (1)
Võrreldakse olulisuse tõenäosust *p* ja olulisuse nivood α:

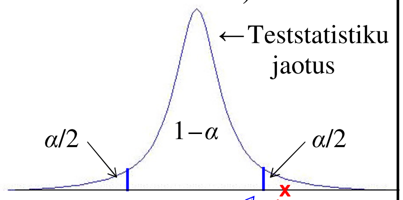
¤ **kui $p \le \alpha$, siis on tõestatud H_1**,
¤ **kui $p > \alpha$, siis jääme H_0 juurde**.

Hüpoteeside kontroll

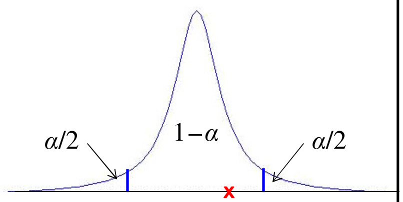
Otsuse vastuvõtmine (2)

Võrreldakse arvutatud teststatistiku väärtust selle kriitilise väärtusega (tuginedes teoreetilistele jaotustele või simuleerimise tulemustele):

¤ kui teststatistiku absoluutväärtus on suurem tema nullhüpoteesipõhise jaotuse kriitilisest väärtusest ($1-\alpha/2$-kvantiilist), loetakse õigeks H_1,



¤ vastupidisel juhul jäädakse nullhüpoteesi H_0 juurde.



Hüpoteeside kontroll

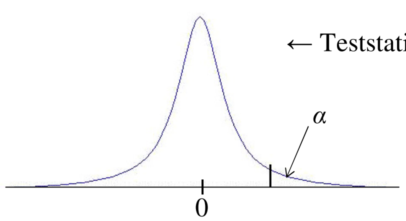
Ühepoolne [*one-tail*] ***versus*** **kahepoolne** [*two-tail*] **hüpotees**

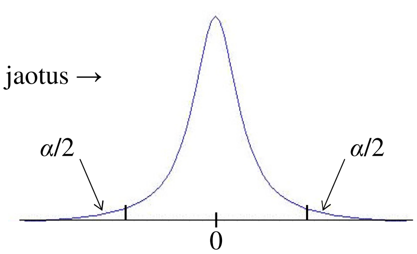
Näiteks:

$H_0 : \mu_1 > \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \le \mu_2$

$H_0 : \mu_1 = \mu_2$
$H_1 : \mu_1 \ne \mu_2$

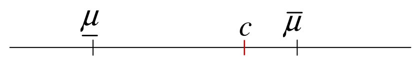
← Teststatistiku jaotus →





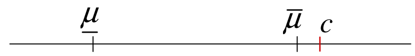
Keskväärtuse võrdlemine konstandiga

Usaldusspiirid



$H_0 : \mu = c$

võetakse vastu siis, kui c kuulub usaldusspiirkonda



$H_1 : \mu \neq c$

on tõestatud siis, kui c ei kuulu usaldusspiirkonda (olulisusnivool α)

Normaaljaotuse eeldusel *t*-test

Teststatistik: $t = \frac{\overline{x} - c}{s}\sqrt{n} \underset{H_0}{\sim} t_{n-1}$

$|t| \geq t_{1-\alpha/2,n-1} \iff p \leq \alpha \Rightarrow H_1 : \mu \neq c$

$|t| < t_{1-\alpha/2,n-1} \iff p > \alpha \Rightarrow H_0 : \mu = c$

Suurte valimite (*n*>60) korral *z*-test

Teststatistik:

$$Z = \frac{\overline{x} - c}{s}\sqrt{n} \underset{H_0}{\sim} N(0,1)$$

$|Z| \geq z_{1-\alpha/2} \iff p \leq \alpha \Rightarrow H_1 : \mu \neq c$

$|Z| < z_{1-\alpha/2} \iff p > \alpha \Rightarrow H_0 : \mu = c$

Keskväärtuse võrdlemine konstandiga

Näide. Kümme sassexi tõugu kana munesid nädalas vastavalt 3, 5, 4, 6, 2, 6, 5, 6, 5 ja 3 muna. Teades, et njuuhämpširi tõugu kanad munevad keskmiselt 5,4 muna nädalas, kontrollida hüpoteesi kahe tõu munatoodangute erinevusest.

$H_0 : \mu = 5{,}4$

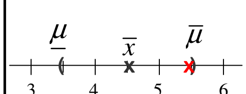
$H_1 : \mu \neq 5{,}4$

$n = 10;\ \overline{x} = 4{,}5;\ s \approx 1{,}43$

95%-lised usaldusspiirid keskmisele nädalasele munatoodangule:

$$(\underline{\mu};\overline{\mu}) = \left(\overline{x} - t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}};\ \overline{x} + t_{1-\alpha/2,n-1}\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = \left(4{,}5 - 2{,}26\frac{1{,}43}{\sqrt{10}};\ 4{,}5 + 2{,}26\frac{1{,}43}{\sqrt{10}}\right)$$

$$= (4{,}5 - 2{,}26 \times 0{,}45;\ 4{,}5 + 2{,}26 \times 0{,}45) = (3{,}47;\ 5{,}53)$$



Järeldused: et $\underline{\mu} = 3{,}47 < 5{,}4 < 5{,}53 = \overline{\mu}$, siis ei ole meil olulisuse nivoo α=0,05 korral alust ümber lükata nullhüpoteesi sellest, et sassexi tõugu kanad munevad sama palju kui njuuhämpširi tõugu kanad.

Keskväärtuse võrdlemine konstandiga

Näide. Kümme sassexi tõugu kana munesid nädalas vastavalt 3, 5, 4, 6, 2, 6, 5, 6, 5 ja 3 muna. Teades, et njuuhämpširi tõugu kanad munevad keskmiselt 5,4 muna nädalas, kontrollida hüpoteesi kahe tõu munatoodangute erinevusest.

$H_0: \mu = 5{,}4$
$H_1: \mu \neq 5{,}4$

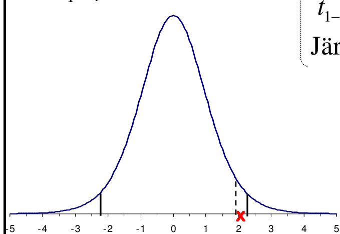
või

$H_0: \mu \geq 5{,}4$
$H_1: \mu < 5{,}4$

$n = 10;\ \bar{x} = 4{,}5;\ s \approx 1{,}43;\ \alpha = 0{,}05$

Teststatistik: $|t| = \left|\frac{\bar{x} - 5{,}4}{s}\sqrt{n}\right| = \left|\frac{4{,}5 - 5{,}4}{1{,}43}\sqrt{10}\right| = |-1{,}985| = 1{,}985$

Teststatistiku kriitiline väärtus (kahepoolne hüpotees):
$t_{1-\alpha/2;(n-1)} = t_{0{,}975;9} = 2{,}26$
Järeldus: $|t| = 1{,}985 < 2{,}26 = t_{0{,}975;9} \Rightarrow H_0: \mu = 5{,}4$



Teststatistiku kriitiline väärtus (ühepoolne hüpotees):
$t_{1-\alpha;(n-1)} = t_{0{,}95;9} = 1{,}83$
Järeldus: $t_{0{,}95;9} = 1{,}83 < 1{,}985 = |t| \Rightarrow H_1: \mu < 5{,}4$

Arvuti abil saab leida ka täpse tõenäosuse teststatistiku väärtuse $|t| = 1{,}985$ saamiseks eeldusel, et kehtib H_0:
$p = 0{,}0784$ (2-poolne hüp.); $p = 0{,}0392$ (1-poolne hüp.)

Näiteks *MS Excelis* funktsioon TDIST(t;n-1;2)

Kahe grupi keskmiste võrdlus – kolm *t*-testi

Eeldus: $X \sim N(\mu;\sigma^2)$
[või suur (>60) n]

Kahe populatsiooni keskmiste võrdlus – *t*-test

Sõltuvad vaatlused (paariviisiline võrdlus)

$H_0: \mu_1 = \mu_2 \quad \Leftrightarrow \quad H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \quad\quad\quad H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Teststatistik: $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{1-2}}\sqrt{n} \underset{H_0}{\sim} t_{n-1}$

Sõltumatud vaatlused

$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

Kahe populatsiooni dispersioonide võrdlus – *F*-test

$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Teststatistik:
$F = \frac{s_1^2}{s_2^2} \underset{H_0}{\sim} F_{n_1-1,n_2-1}$

Võrdsed dispersioonid

Teststatistik:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s}\sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}} \underset{H_0}{\sim} t_{n_1+n_2-2},$$

$$s^2 = \frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}$$

Mittevõrdsed dispersioonid

Teststatistik: $t = \frac{|\bar{x}_1 - \bar{x}_2|}{\sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2}} \underset{H_0}{\sim} t_\nu,$

$$\nu = \left\{(s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2)^2 \Big/ \left[\frac{(s_1^2/n_1)^2}{n_1+1} + \frac{(s_2^2/n_2)^2}{n_2+1}\right]\right\} - 2$$

Sõltuvad vaatlused (paariviisiline võrdlus)

$H_0: \mu_1 = \mu_2$ $\Leftrightarrow$ $H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$ $\quad$ $H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

Teststatistik: $t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{1-2}} \sqrt{n} \underset{H_0}{\sim} t_{n-1}$

Näide. Soovitakse uurida, kas lehmade ööpäevane piimatoodang langes pärast seda, kui neile lõpetati juurvilja söötmine (olulisuse nivool $\alpha = 0{,}05$).

Lehm	Piim (kg/ööpäevas) juurviljaga (x_1)	Piim (kg/ööpäevas) juurviljata (x_2)	Piimatoodangu muutused (d)
1	10	11	-1
2	8	7	1
3	11	10	1
4	10	10	0
5	7	6	1
6	8	5	3
7	10	6	4
8	9	4	5
9	8	6	2
10	10	8	2

Kontrollime hüpoteesi piimatoodangu languse kohta, s.t.

H_0: $\mu_d \leq 0$
H_1: $\mu_d > 0$

$n = 10;\ \bar{d} = 1{,}8;\ s_d = 1{,}81$

Andmetest arvutatud teststatistik: $t = \bar{d} / s_d \sqrt{n} \approx 3{,}14$

Teststatistiku kriitiline väärtus (ühepoolne hüpotees):
$t_{1-\alpha,\, n-1} = t_{0{,}95;9} = 1{,}83$

Järeldus: $t = 3{,}14 > 1{,}83 = t_{1-\alpha,\, n-1}$

$\Rightarrow$ $H_1: \mu_d > 0$ $(p = 0{,}006)$

Sõltumatud vaatlused

Näide. Ettevõttes võrreldi ametiühingusse kuuluvate ja sinna mittekuuluvate töötajate puudumisi aasta jooksul. Viiskümmend vaadeldud ametiühinguliiget puudusid keskmiselt 9,3 päeva, kusjuures standardhälve oli 3,1 päeva. Ametiühingusse mittekuulujad, keda oli 45, puudusid igaüks keskmiselt 8,7 päeva standardhälbega 2,3 päeva. Kontrollida hüpoteesi ettevõtte töötajate keskmiselt puudutud päevade arvu sõltuvusest ametiühingusse kuulumisest olulisuse nivool $\alpha = 0{,}05$.

$n_1 = 50;\ n_2 = 45$
$\bar{x}_1 = 9{,}1;\ \bar{x}_2 = 8{,}7$
$s_1 = 3{,}1;\ s_2 = 2{,}3$
$\alpha = 0{,}05$

$H_0: \mu_1 = \mu_2$
$H_1: \mu_1 \neq \mu_2$

(1) $H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Teststatistik: $F = s_1^2 / s_2^2 = 1{,}817$
Teststatistiku kriitiline väärtus:
$F_{1-\alpha/2;n_1-1;n_2-1} = F_{0{,}975;\,49;\,44} = 1{,}799$

Järeldus: $F = 1{,}817 > 1{,}799 = F_{0{,}975;\,49;\,44} = F_{1-\alpha/2;n_1-1;n_2-1}$

$\Rightarrow$ $H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$ $(p = 0{,}023)$

(2) Teststatistik: $t = |\bar{x}_1 - \bar{x}_2| / \sqrt{s_1^2/n_1 + s_2^2/n_2} = 0{,}969$

Teststatistiku kriitiline väärtus: $t_{1-\alpha/2,\,\nu} = t_{0{,}975;95} = 1{,}985$

Järeldus: $t = 0{,}969 < 1{,}985 = t_{0{,}975;45}$ $\Rightarrow$ $H_0: \mu_1 = \mu_2$ $(p = 0{,}335)$

Märkus: eeldanuks me siiski, et $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$, jõudnuks me peale ühise dispersiooni $s^2 = 7{,}566$ ja teststatistiku $t = 0{,}708$ arvutamist samale järeldusele: $\mu_1 = \mu_2$, aga olulisustõenäosus olnuks pisut suurem ($p = 0{,}481$).

Kolm *t*-testi – mis seal vahet on?

Üldine eeldus: $X \sim N(\mu;\sigma^2)$

Andmete olemus		Lisaeeldused	p: $\mu_1 > \mu_2$	p: $\mu_1 \neq \mu_2$
Sõltumatud vaatlused	mittevõrdne varieeruvus	–	0,026	0,053
Sõltumatud vaatlused	võrdne varieeruvus	$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	0,024	0,048
Sõltuvad vaatlused		$H_0: \mu_1 = \mu_2 \Leftrightarrow H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$	0,006	0,012

Piim (kg/ööpäevas) juurviljaga (x_1)	Piim (kg/ööpäevas) juurviljata (x_2)
10	11
8	7
11	10
10	10
7	6
8	5
10	6
9	4
8	6
10	8

Mida enam on lihtsustavaid eelduseid e mida kitsamalt on situatsioon (andmed) enne juhuslikkuse mängu toomist piiritletud, seda suurem on statistilise testi võimsus (seda väiksem erinevus on vajalik populatsioonide erinevuse tõestamiseks e seda väiksem on uurija eksimistõenäosus kummutades nullhüpoteesi)!

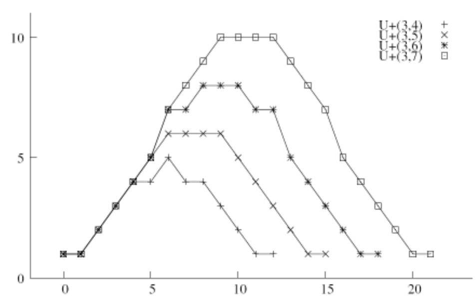
Mitteparameetrilised testid

Enam levinud testid sõltumatute vaatluste korral

Mann-Whitney U-test, **Wilcoxoni test**

Eeldused: uuritavad tunnused on vähemalt järjestatavad;
uuritavad tunnused omandavad küllalt palju erinevaid väärtusi.

Idee: kui võrreldavate valimite keskväärtused (jaotused) on võrdsed, peaks nendest moodustatud ühine variatsioonrida olema nö hästi segunenud, st et mõlema valimi elemendid paiknevad enam-vähem vaheldumisi ega ole koondunud variatsioonrea algusesse või lõppu.



Teststatistiku teoreetiline jaotus H_0 korral.

Mitteparameetrilised testid

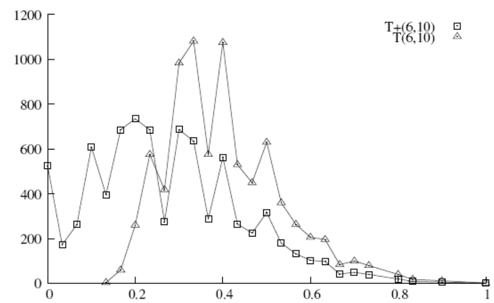
Enam levinud testid sõltumatute vaatluste korral

Kolmogorov-Smirnovi test

Eeldused: uuritavad tunnused on vähemalt järjestustunnused.

Idee: test võrdleb kahe valimi jaotust (mitte üksnes keskmist taset!), leides selleks võrreldavate valimite empiiriliste jaotusfunktsioonide maksimaalse erinevuse – kui see erinevus on piisavalt suur, siis on jaotused järelikult erinevad.

Teststatistiku teoreetiline jaotus H_0 korral.



Mitteparameetrilised testid

Enam levinud testid sõltuvate vaatluste korral

Märgitest

Eeldused: uuritavad tunnused on vähemalt järjestustunnused.

Idee : võrdse keskväärtuse korral peaks paariviisiliste vaatluste vahede hulgas positiivseid ja negatiivseid (tähistatuna vastavalt "+" ja "–", siit ka testi nimi) olema enamvähem võrdselt.

Wilcoxoni astakmärgitest

Eeldused: uuritavad tunnused on vähemalt järjestustunnused.

Idee : võrdse keskväärtuse korral peaks vaatluste vahede hulgas positiivseid ja negatiivseid olema enamvähem võrdselt ning, täiendusena märgitestile, peaksid mõlemad muutuma samades piirides.

Parameetrilised *versus* mitteparameetrilised testid

	Test	p: $\mu_1 > \mu_2$	p: $\mu_1 \neq \mu_2$
Sõltumatud vaatlused	t-test, mittevõrdne varieeruvus	0,026	0,053
	t-test, võrdne varieeruvus	0,024	0,048
	Mann-Whitney U-test, Wilcoxoni test	0,038	0,075
	Kolmogorov-Smirnovi test	0,055	0,164
Sõltuvad vaatlused	t-test	0,006	0,012
	Märgitest	0,020	0,039

Piim (kg/ööpäevas) juurviljaga (x_1)	Piim (kg/ööpäevas) juurviljata (x_2)
10	11
8	7
11	10
10	10
7	6
8	5
10	6
9	4
8	6
10	8

Permutatsioonitestid [*permutation tests*]

Permutatsioonitest (e **täpne test** [*exact test*] või randomiseerimistest [*randomization test*]) kujutab enesest teststatistiku nullhüpoteesile vastava jaotuse leidmist arvutades teststatistiku väärtused andmete kõikvõimalike ümberpaigutuste korral.

Näiteks kahe grupi keskmiste võrdlemisel, kus gruppide suurused on n_1 ja n_2, arvutatakse esmalt välja andmetele vastav teststatistiku väärtus,

- seejärel moodustatakse ühine andmestik suurusega n_1+n_2,
- millest moodustatakse kõikvõimalikud grupid suurustega n_1 ja n_2 ning arvutatakse kõigil juhtudel teststatistiku väärtus;
- tulemuseks saadud teststatistiku jaotuse alusel leitakse, kui suure sagedusega (tõenäosusega) tulid teststatistiku väärtused võrdsed või suuremad originaalandmeist leitud väärtusest – saadud tõenäosus on täpne 2-poolsele hüpoteesile vastava olulisuse tõenäosuse väärtus.

Juhul, kui kõikvõimalike permutatsioonide teostamine on liiga töömahukas, valitakse neist juhuslikult üksnes teatud hulk ja arvutatakse asümptootiliselt täpne p-väärtus – selliseid teste tuntakse **Monte Carlo testidena**.

Mitmene võrdlus

Võrdleme näiteks 4 gruppi, lubades iga üksikvõrdluse puhul eksimist 5% tõenäosusega.

$\alpha=0{,}05$

$\alpha=0{,}05$ $\alpha=0{,}05$ $\alpha=0{,}05$

I II III IV

$\alpha=0{,}05$ $\alpha=0{,}05$

Tõenäosus, et üksikvõrdlusel viga ei tehta, on $1-\alpha=0{,}95$.

Tõenäosus, et kuuel üksikvõrdlusel kokku ei eksita, on $(1-\alpha)^6=0{,}95^6\approx 0{,}735$.

Mistõttu tõenäosus teha üks (või mitu) vale otsus(t) 4 grupi paarikaupa võrdlemisel on $1-0{,}735=0{,}265$ (eksimise tõenäosus on üle 25%!).

Otsite näiteks põhjust, mis võiks soodustada taimedel haiguse tekkimist. Viite läbi uuringu ja fikseerite haigetel ja tervetel taimedel 100 potentsiaalselt haigestumist mõjutava tunnuse väärtused (a'la mulla toitaineterikkus, eelmisel kuul sadanud vihma kogus, taimi kasvata taluniku pikkus jne).

Iga potentsiaalse haigusega seotud tunnuse osas võrdlete haigeid ja terveid taimi kasutades olulisuse nivood 0,05.

Kui nüüd eeldada, et tegelikult ei mõjuta ükski valitud 100-st tunnusest haigestumist, siis sellest hoolimata võiksite antud uuringu puhul lugeda tõestatuks umbes 5 haiguse tekkimist soodustavat tegurit.

Mitmene võrdlus

Bonferroni meetod: piiramaks k üksikvõrdluse puhul ühe või enama vea tegemise tõenäosust olulisuse nivooga α, tuleb kõigil üksikvõrdlustel võtta olulisuse nivooks α/k.

Näiteks 4 grupi võrdlemisel, garanteerimaks kuue võrdluse peale kokku eksimist mitte üle 5%-lise tõenäosusega, tuleb üksikvõrdlustel võtta olulisuse nivooks $\alpha^*=\alpha/k=0{,}05/6\approx 0{,}0083$.

Bonferroni-Holmi meetod: teostatakse kõik testid ja järjestatakse saadud olulisuse tõenäosused, $p_1\leq p_2\leq \ldots \leq p_k$; otsused nullhüpoteesi kasuks või kahjuks tehakse kasutades olulisuse nivoosid α/k, $\alpha/(k-1)$, $\alpha/(k-2)$, …, $\alpha/2$, α.

Kui teostatavate testide arv kasvab, väheneb kasutatav olulisuse nivoo kiiresti ja alternatiivse hüpoteesi tõestamine osutub sageli äärmiselt raskeks (nõuab tohutu hulga vaatluste olemasolu).

Seetõttu ei ole statistilised meetodid mitte eriti sobivad katse/eksituse-meetodil teaduse tegemiseks (proovime, kas midagi õnnestub)!

False Discovery Rate ("valeavastuste määr")

Idee: piirata (kontrollida) ekslikult vastuvõetud alternatiivsete hüpoteeside osakaalu kõigi vastuvõetud alternatiivsete hüpoteeside seas (piiriks näiteks 5%).

Üks lihtne moodus antud lähenemist ise kasutada on järgmine:

1. Järjesta testide poolt raporteeritavad olulisuse tõenäosused kasvavalt, $p_1 \leq p_2 \leq \ldots \leq p_k$.
2. Kirjuta välja kriitilised suurused α/k, $2*\alpha/k$, $3*\alpha/k$, …, α, kus α näitab maksimaalset nn *False Discovery Rate*'i.
3. Võrdle iga olulisuse tõenäosust temale vastava (sama jrk numbriga) kriitilise väärtusega, kuni jõuad paarini, kus olulisuse tõenäosus on suurem kriitilisest väärtusest. Loe kõigi eelnenud hüpoteeside jaoks alternatiivne hüpotees tõestatuks ja temale järgnevate hüpoteeside puhul jää nullhüpoteesi juurde.

Keskmiste mitmene võrdlus

On k gruppi, mille keskmist taset tahame võrrelda.

Sellisel juhul on sageli otstarbekas $k(k-1)/2$ paariviisilist võrdlust (t-testi) asendada üheainsa hüpoteeside paari kontrollimisega.

Viimase võib sõnastada kujul:

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$$
$$H_1: \text{leiduvad sellised grupid } i,j, \text{ et } \mu_i \neq \mu_j$$

Eeldustel, et

¤ uuritav (sõltuv) tunnus on normaaljaotusega ja

¤ uuritava tunnuse varieeruvus võrreldavais gruppides on ühesugune,

on taolise hüpoteeside paari korral rakendatavaks analüüsimeetodiks **dispersioonanalüüs**.

Keskväärtuste võrdlemine