Matemaatiline statistika ja modelleerimine

Kirjeldav statistika

EMÜ doktorikool
DK.0007

Tanel Kaart

Sagedused ja osakaalud – diskreetne tunnus

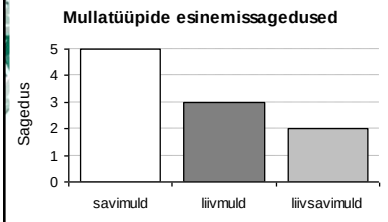
Mittearvuliste või diskreetsete tunnuste (erinevate väärtuste arv suhteliselt väike) ülevaatlikuks kirjeldamiseks on lihtne lugeda kokku, mitu korda iga erinevat väärtust esineb ja kirjutada saadud arvud tabeli kujul. Väärtuse esinemiste arvu nimetatakse tema **sageduseks**.

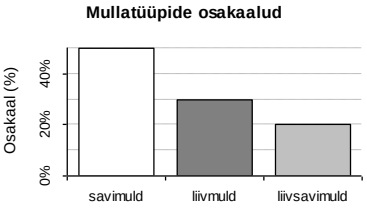
Tihti leitakse lisaks iga väärtuse (protsentuaalne) **osakaal** valimis, mida nimetatakse ka **suhteliseks sageduseks**.

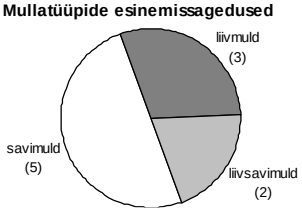
Mullatüüp	Niiskus	Suvinisu saagikus (kg/ha)
savimuld	niiske	3624
liivsavimuld	paras	4782
savimuld	niiske	4274
liivmuld	kuiv	3927
savimuld	paras	4630
liivmuld	paras	4920
savimuld	niiske	4260
savimuld	paras	4935
liivsavimuld	paras	5035
liivmuld	kuiv	4500

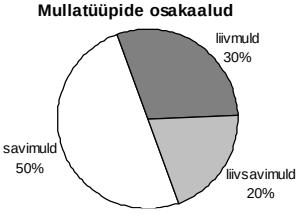
Mullatüüp	Sagedus	Osakaal	Osakaal (%)
savimuld	5	0,5	50%
liivmuld	3	0,3	30%
liivsavimuld	2	0,2	20%

Sagedustabeli asemel võib kokkuvõtliku info väärtuste esinemissagedustest esitada ka kas **tulp-** või **ringdiagrammina** (sektordiagrammina).





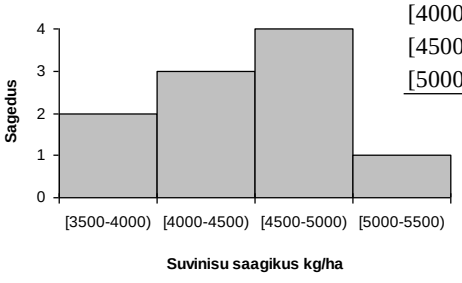




Sagedused ja osakaalud – pidev tunnus

Pidevate tunnuste puhul on tunnuse võimalike väärtuste arv (teoreetiliselt) lõpmatu – seega kui sagedustabelis vastaks igale väärtusele üks rida, siis kaoks praktiliselt erinevus sagedustabeli ja originaalandmete vahel. Seetõttu jagatakse tunnuse võimalikud väärtused intervallidesse ja sagedustabel näitab, mitu väärtust langeb ühte või teise intervalli. Intervallide arv ei tohiks olla liiga suur ja see oleneb valimi suurusest ($\approx\sqrt{n}$).

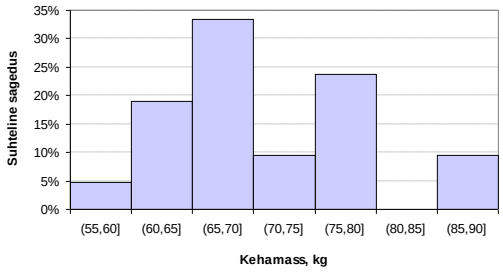
Saagikus	Sagedus	Osakaal	Osakaal (%)	Jaotus
[3500-4000)	2	0,2	20%	20%
[4000-4500)	3	0,3	30%	50%
[4500-5000)	4	0,4	40%	90%
[5000-5500)	1	0,1	10%	100%



Pideva tunnuse sagedustabeli põhjal saadud tulpdiagrammi nimetatakse **histogrammiks**.

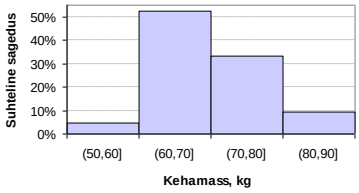
Märkusi ja soovitusi

Erinevalt tulpdiagrammist, mis on antud andmete korral üheselt määratud, võime samade andmete põhjal saada üsna erineva kujuga histogramme.



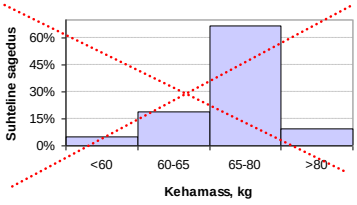
Lammaste kehamass, kg	Sagedus	Suhteline sagedus
(55,60]	1	4,76%
(60,65]	4	19,05%
(65,70]	7	33,33%
(70,75]	2	9,52%
(75,80]	5	23,81%
(80,85]	0	0,00%
(85,90]	2	9,52%

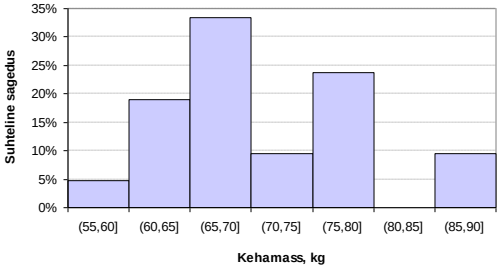
Lammaste kehamass, kg	Sagedus	Suhteline sagedus
(50,60]	1	4,76%
(60,70]	11	52,38%
(70,80]	7	33,33%
(80,90]	2	9,52%

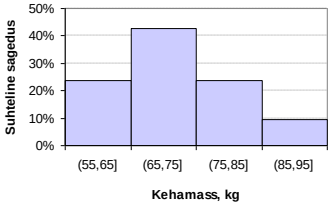


Märkusi ja soovitusi

- ✓ On tungivalt soovitav, et kõik kasutatud vahemikud oleksid võrdse pikkusega!
- ✓ Joonisele tuleb kanda ka vahemikud, kuhu ühtki objekti ei sattunud!
- ✓ Avatud vahemikke tuleks võimaluse korral vältida.



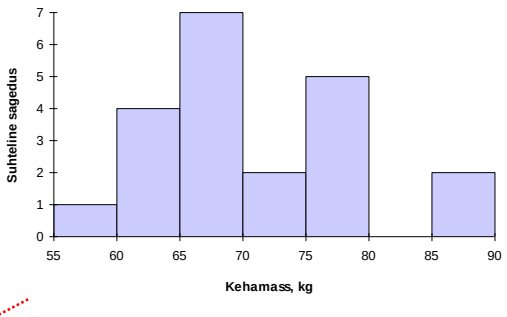


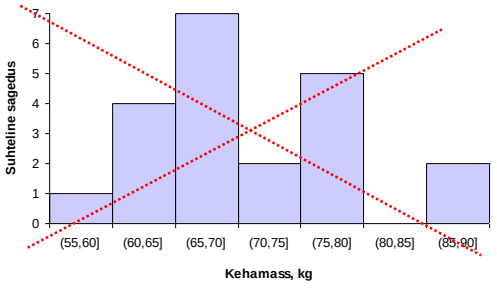


Märkusi ja soovitusi

- ✓ Teaduslikult korrektsel histogrammil on ka x-telg esitatud pideval (mitte diskreetsel) skaalal.

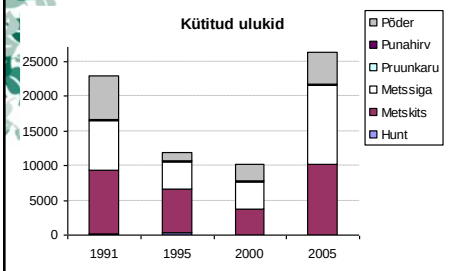
  Selle *Excel*'is teostamine on muidugi üks paras nikerdus ...
  (http://ph.emu.ee/~ktanel/joonised_excelis/joonis3.php)

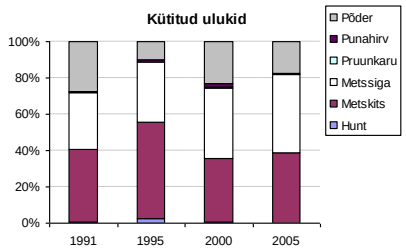




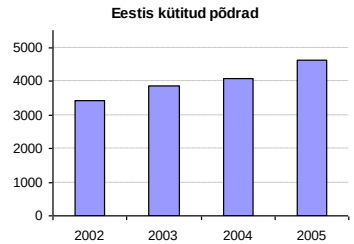
Märkusi ja soovitusi

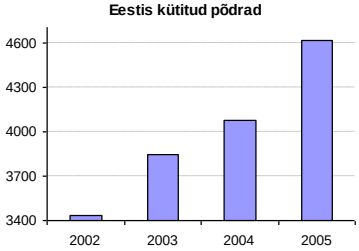
- ✓ Sagedused *versus* osakaalud



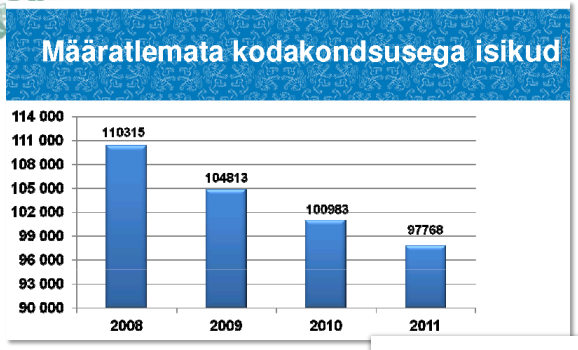


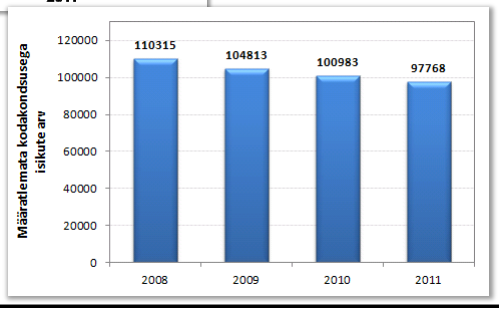
- ✓ Skaala!





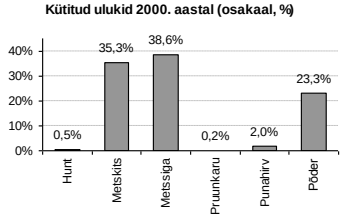
Aga päriselt?

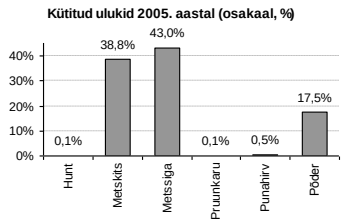


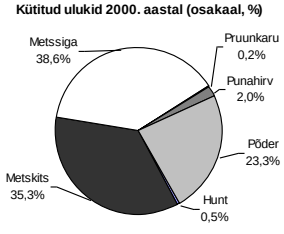


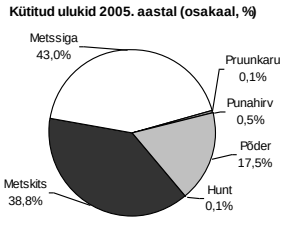
Märkusi ja soovitusi

✓ Ringdiagrammile eelistada tulpdiagrammi (eriti võrdlemisel).



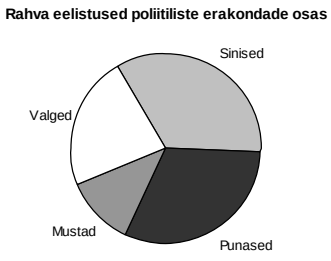




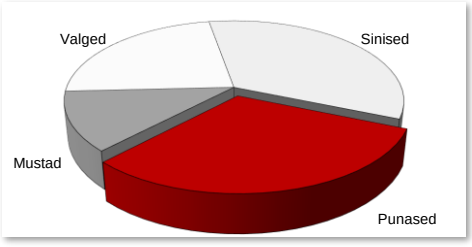


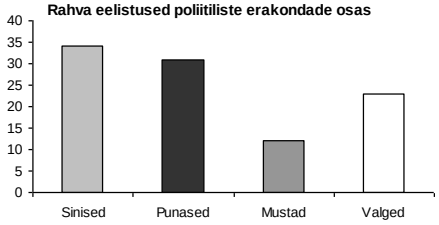
Märkusi ja soovitusi

✓ Vältida tuleks 3-mõõtmelisi graafikuid, eriti ringdiagramme.



Erakond	Osakaal (%)
Sinised	34
Punased	31
Mustad	12
Valged	23





Aga päriselt?

STAT 24 .EE

Arvkarakteristikud

- andmestiku suurus (valimi maht, *sample size*) – n
- (aritmeetiline) keskmine [*average, mean*] – $\bar{x} = \sum_{i=1}^{n} x_i \Big/ n$
- mediaan (nn 50%-punkt) [*median*]
- mood [*mode*] – enim esinev (suurima sagedusega) väärtus

Näide. Uuringu all olnud 5-l haigestunud loomal määrati haiguse peiteajaks vastavalt 8, 16, 12, 60 ja 14 päeva (üks uuritud loomadest oli ilmselt geneetiliselt erinev või siis sai juba mingit muud, haiguse avaldumist pärssivat ravi).
Haiguse keskmine peiteaeg on

$$\bar{x} = \frac{8+16+12+60+14}{5} = \frac{110}{5} = 22 \text{ päeva.}$$

Peiteaeg, millest pooltel loomadel avaldus haigus varem ja pooltel hiljem, on leitav kui kasvavalt järjestatud peiteaegade keskmine väärtus e mediaan:

8, 12, 14, 16, 60
= *med*

Keskmise omadusi

1. $\overline{cx} = c\bar{x}$, kus c on konstant
2. $\overline{x+c} = \bar{x} + c$, kus c on konstant
3. $\overline{x+y} = \bar{x} + \bar{y}$
4. $\sum_{i=1}^{n} x_i = n\bar{x}$
5. $\overline{f(x)} \neq f(\bar{x})$, kus f on monotoonne teisendus

Mediaani omadusi

1. $med\left(f(x)\right) = f\left(med(x)\right)$, kus f on monotoonne teisendus
   Näiteks, kui $med\left(\log_{10}(x)\right) = 2$,
   siis $\log_{10}\left(med(x)\right) = 2 \Rightarrow med(x) = 10^2 = 100.$
2. $\sum_{i=1}^{n} x_i \neq n \times med(x)$

Vaatluste hajuvus

- miinimum, maksimum, haare [*range*] = max – min
- standardhälve [*standard deviation*] – $s = \sqrt{\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}$
- dispersioon [(*sample*) *variance*] – s^2
- standardviga [*standard error*] – $se = s/\sqrt{n}$

Näide. Uuriti 5 metsiku ja 4 puhtatõulise laborihiire reaktsiooni ärritajale. Tulemuseks saadi järgmised väärtused:

metsikud hiired – 15, 45, 30, 10, 25; labori hiired – 20, 25, 30, 25.

Keskmised reaktsioonid kummagi grupi jaoks on

$$\bar{x}_m = \frac{15+45+30+10+25}{5} = \frac{125}{5} = 25, \quad \bar{x}_l = \frac{20+25+30+25}{4} = \frac{100}{4} = 25.$$

$$s_m = \sqrt{\frac{(15-25)^2+(45-25)^2+(30-25)^2+(10-25)^2+(25-25)^2}{5-1}} = \sqrt{\frac{750}{4}} = \sqrt{187{,}5} \approx 13{,}69;$$

$$s_l = \sqrt{\frac{(20-25)^2+(25-25)^2+(30-25)^2+(25-25)^2}{4-1}} = \sqrt{\frac{50}{3}} \approx \sqrt{16{,}67} \approx 4{,}08.$$

Standardhälbe ja dispersiooni omadusi

1. $s^2(cx) = c^2 s^2(x)$, kus c on konstant
2. $s(cx) = cs(x)$
3. $s^2(x+c) = s^2(x)$
4. $s(x+c) = s(x)$
5. kui x ja y on sõltumatud uuritavad tunnused, siis
   $s^2(x+y) = s^2(x) + s^2(y)$

Teades vaid uuritava tunnuse keskväärtust (populatsiooni keskmist) ja standardhälvet, võime uuritava tunnuse väärtuste kohta öelda järgmist:

- vähemalt 3/4 uuritava tunnuse väärtustest asuvad keskväärtusele lähemal kui kaks standardhälvet (enamasti asub kahe standardhälbe kaugusel keskväärtusest umbes 95% vaatlustest);
- vähemalt 8/9 uuritava tunnuse väärtustest asuvad keskväärtusele lähemal kui kolm standardhälvet (enamasti asub kolme standardhälbe kaugusel keskväärtusest rohkem kui 99% vaatlustest).

Arvkarakteristikud

Näiteid kirjandusest

A comparison of the methods for determination of the rennet coagulation properties of milk

Acta Agriculturae Scand Section A, 2005; 55: 145–148

Taylor & Francis
Taylor & Francis Group

IVI KÜBARSEPP[1], MERIKE HENNO[1], OLAV KÄRT[1] & TUOMO TUPASELA[2]

[1]*Department of Animal Nutrition, Institute of Veterinary Medicine and Animal Science, Estonian University of Life Sciences, Kreutzwaldi 48, 51006 Tartu, Estonia, and* [2]*MTT Food Research, Myllytie 1, 31600, Jokioinen, Finland*

Table I. Means, ranges and standard deviations (SD) for milk composition and rennet coagulation parameters.

	Mean	Min.	Max.	SD
Fat,%	3.94	2.70	8.08	0.790
Protein,%	3.41	2.56	4.62	0.456
Lactose,%	4.81	4.38	5.18	0.174
Formagraph				
RCT, min	9.5	3.5	35	4.95
E_{30}, mm	26.3	0	52	10.34
Optigraph				
$R_{initial}$, min	6.63	3.73	19.00	2.423
R, min	9.53	4.36	31.59	4.320
A_{30}, V	13.72	0	35.98	5.855

Arvkarakteristikud

Näiteid kirjandusest

ISSN 1392-2130. VETERINARIJA IR ZOOTECHNIKA. T. 36 (58). 2006

EFFECT OF BODY CONDITION SCORE AT PARTURITION ON THE PRODUCTION PERFORMANCE, FERTILITY AND CULLING IN PRIMIPAROUS ESTONIAN HOLSTEIN COWS

Jaak Samarütel, Katri Ling, Hanno Jaakson, Tanel Kaart, Olav Kärt
Institute of Veterinary Medicine and Animal Sciences, Estonian University of Life Sciences, 1 Kreutzwaldi St, 51006, Tartu, Estonia, tel. +372-7-313-476; fax: +372-7-313-477; e-mail: Jaak.Samarytel@emu.ee

Table 2. **Fertility parameters of the first parity Estonian Holstein cows grouped by BCS at parturition**

Fertility parameters	Body condition score at calving		
	≤3.0 (n = 26)	3.25–3.5 (n = 39)	≥3.75 (n = 21)
Interval calving to first service (days)	91 ± 4.1	83 ± 3.5	88 ± 5.4
First service conception rate (%)	17	23	0
Service period (days)	82 ± 14.4	72 ± 13.9	77 ± 15.8
Days open (of those pregnant)	173 ± 13.7	155 ± 14.8	165 ± 16.6
Services per conception	3.0 ± 0.36	3.0 ± 0.32	3.6 ± 0.42
Number of cows not pregnant	1	5	5

Values are arithmetical means ± S.E.

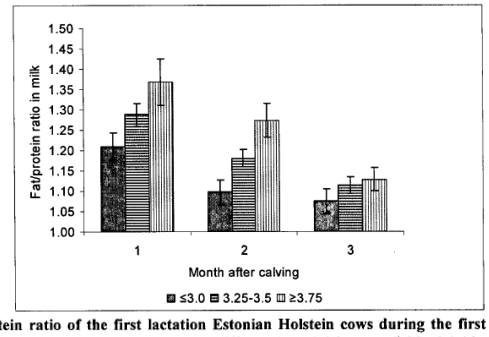


Figure 2 **Milk fat/protein ratio of the first lactation Estonian Holstein cows during the first 3 months after calving.** Values are means ± S.E. Milk fat/protein ratio was different ($P<0.05$) between BCS ≤3.0 (*thin*) and ≥3.75 (*fat*) groups during the first and second months of lactation

• Variatsioonikordaja [*coefficient of variation*] – $v = s/\bar{x} \times 100\%$

Aga mis siis, kui keskmine on negatiivne?

Näide.

	Piim, kg	Rasv, %	Valk, %	SRA, tuh/ml	Energia-bilanss, MJ
Keskmine	30,23	4,13	3,17	695,92	-36,24
St. hälve	5,32	0,74	0,24	1111,99	52,99
Var. kordaja	17,60	17,98	7,59	159,79	-146,22

Kvantiilid, protsentiilid

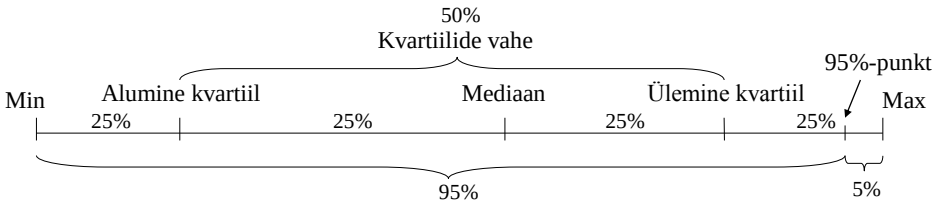
• **kvartiilid** – alumine kvartiil e 25%-punkt ja ülemine kvartiil e 75%-punkt [*lower*, *upper quartile*]

• **kvartiilide vahe** [*interquartile range*, *IQR*] – kasutatakse varieeruvuse iseloomustamiseks

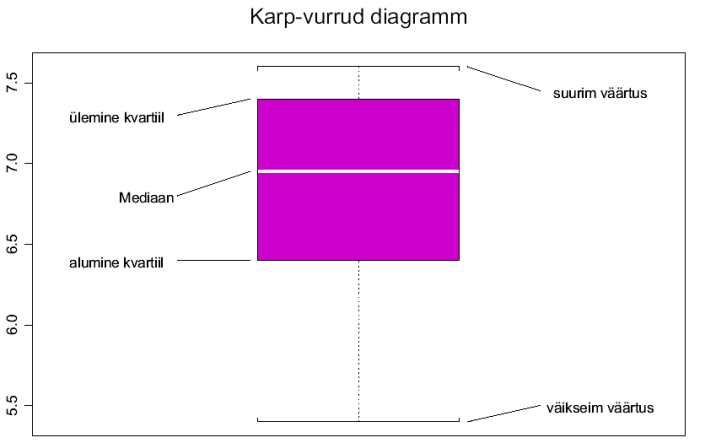
• detsiilid, protsentiilid e protsendipunktid/**kvantiilid**

> α-kvantiiliks [α-*quantile*] nimetatakse sellist uuritava tunnuse väärtust, millest väiksemate väärtuste osakaal mõõtmistulemuste seas on α.

• min, max



Karp-vurrud diagramm [*boxplot*]



Karpvurrud-diagramm

Näiteid kirjandusest

Coping capacity of dairy cows during the change from conventional to automatic milking[1]

D. Weiss*, S. Helmreich*, E. Möstl†, A. Dzidic*, and R. M. Bruckmaier*[2]

*Physiology Weihenstephan, Technical University, Munich, Germany and
†Institute of Biochemistry, University of Veterinary Medicine, Vienna, Austria

 J. Anim. Sci. 2004. 82:563–570

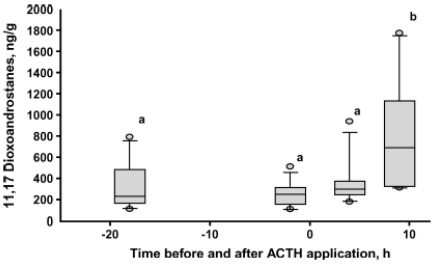
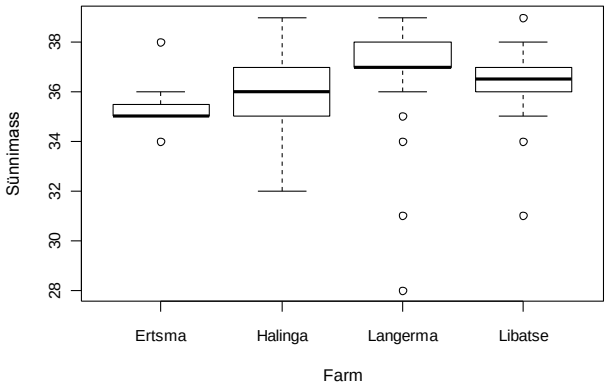


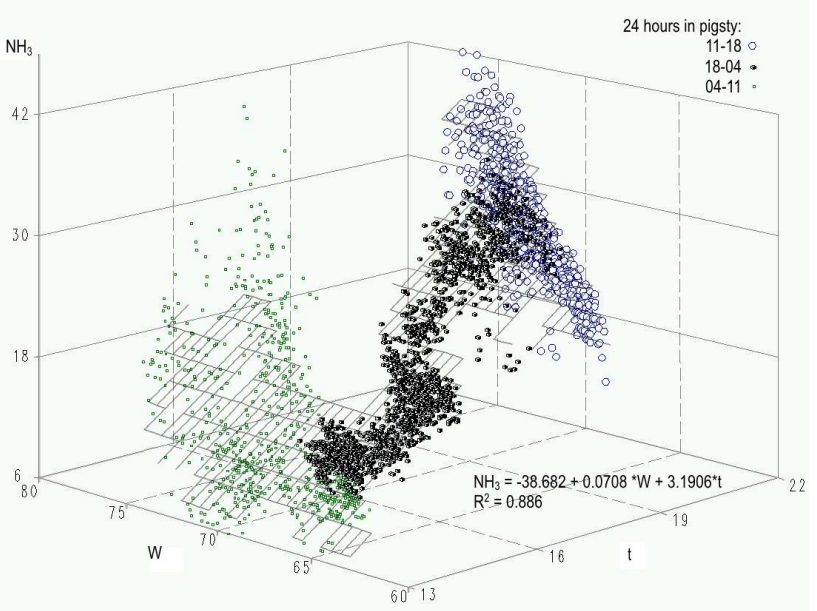
Figure 9. Boxplot of the feces 11,17 dioxoandrostanes concentrations (fresh-matter basis) before and during ACTH administration. Each box shows the median and the upper and lower quartile value; the whiskers show the 10th and the 90th percentiles. The circles represent data points that were outside the centiles. Means without common letters differ ($P < 0.05$).

Karpvurrud-diagramm

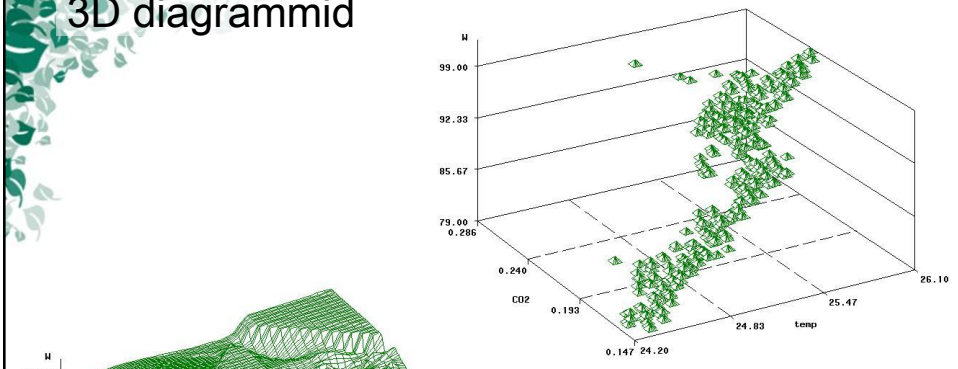


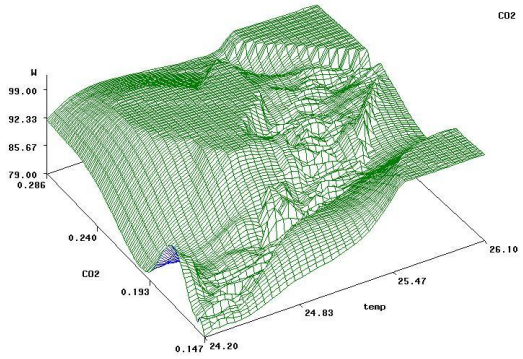
Vasikate sünnimass farmide kaupa. Väärtused, mis jäävad alumisest või ülemisest kvartiilist kaugemale kui 1,5-kordne kvartiilide vahe, on loetud erandlikeks ja tähistatud sümboliga °.

3D diagrammid



3D diagrammid





✓ 3-mõõtmelised pinnad sobivad sageli illustreerimaks matemaatilise modelleerimise tulemusi.

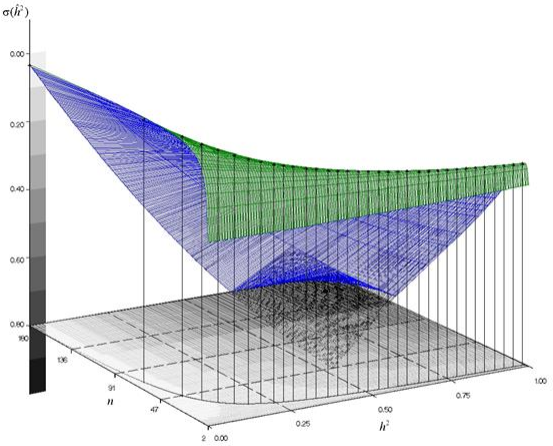
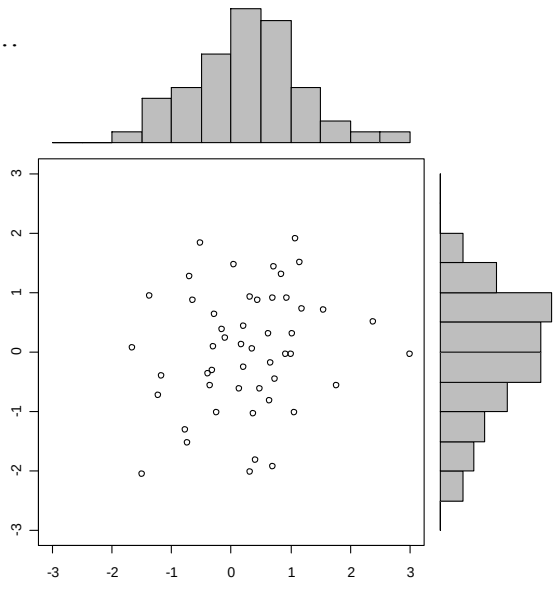


Figure 3.4. Pattern of $\sigma(\hat{h}^2)$ and optimal number of daughters per sire (vertical arrows for integer numbers and dotted line on xy-plane for continuous numbers) in different true heritability values ($N = 360$, $\sigma_e^2 = 1$).

✓ Diagramme võib omavahel kombineerida …



✓ Mõnikord võib terve ettekande mahutada ühele joonisele ...